Tp AuroFC3U2 : Correcteurs de type RST

Cette partie illustre les correcteurs de type RST et notamment les correcteurs de types *placement de pôles*, *à objectifs indépendants* en montrant les limitations et le domaine d'application de chacun.

Toute la partie simulation et expérimentation sera effectuée sous le logiciel Matlab Simulink. Ce dernier permet d'effectuer directement une construction graphique du système à asservir, et de tester ses performances en poursuite et en régulation.

1 Correcteur de type placement de pôles

La méthode du placement de pôles permet une régulation des procédés avec retard quelconque et sans restriction sur les degrés des polynômes A et B.

La structure d'un tel correcteur est montrée en figure 1.

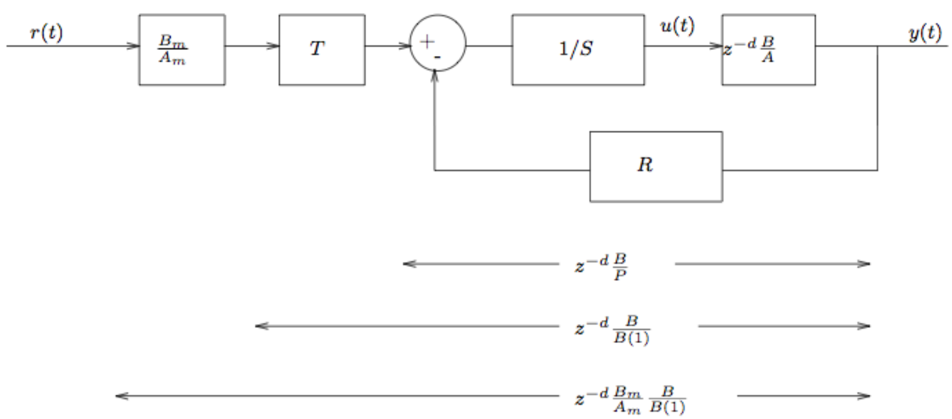

FIGURE 1 – structure d'un correcteur de type placement de pôles.

On remarquera que le procédé peut intégrer un retard exprimé sous la forme z^{-d} avec d entier (retard de dT_e).

Les polynômes A et B ont la forme suivante :

$$\begin{aligned} A(z) &= 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \cdots + a_n z^{-n} \\ B(z) &= b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \cdots + b_m z^{-m} \end{aligned}$$

Le polynôme P , aussi noté H_D^+, spécifie les pôles du système bouclé à atteindre (modèle) :

$$P = 1 + p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2} + \cdots$$

Il sera très souvent choisi d'ordre deux et en fonction des performances souhaitées en régulation.

Cette structure permet de spécifier de manière indépendante le comportement du système en poursuite et en régulation.

1.1 Régulation

La régulation consiste à éliminer au mieux l'effet des perturbations survenant en sortie du système.

La fonction de transfert liant la perturbation $w(z)$ (supposée appliquée à la sortie du procédé) et la sortie $y(z)$ est donnée par :

$$\frac{y(z)}{w(z)} = \frac{AS}{AS + z^{-d}BR} = \frac{AS}{H_D^+}$$

Le comportement du système sera naturellement fixé par ses pôles, et donc par le polynôme du modèle $H_D^+(z)$. Il s'agira ainsi de déterminer les coefficients des polynômes $R(z)$ et $S(z)$ définis par :

$$R(z) = r_0 + r_1 z^{-1} + r_2 z^{-2} + \cdots + r_r z^{-r} \text{et} S(z) = 1 + s_1 z^{-1} + s_2 z^{-2} + \cdots + s_s z^{-s}$$

de manière à satisfaire l'*identité de Bezout* suivante :

$$H_D^+ = AS + z^{-d}BR$$

Cette équation conduit à la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} 1 \\ h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_p \end{pmatrix} = M. \begin{pmatrix} 1 \\ s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_s \\ r_0 \\ r_1 \\ \vdots \\ r_r \end{pmatrix} \text{avec} \left\{ \begin{array}{l} r = \text{degré}(R) \\ s = \text{degré}(S) \\ p = \text{degré}(H_D^+) \end{array} \right.$$

Cette dernière permet d'obtenir les coefficients des polynômes R et S par l'inversion de la matrice M. Pour avoir une solution unique, la matrice M doit être carrée. Cette condition conduit à choisir r, s et p tels que :

$$\left\{ \begin{array}{l} r = a - 1 \\ s = b - 1 \\ p = b + a - 1 \end{array} \right. \quad \text{avec} \left\{ \begin{array}{l} a = \text{degré}(A) \\ b = \text{degré}(z^{-d}B) \\ r = \text{degré}(R) \\ s = \text{degré}(S) \\ p = \text{degré}(H_D^+) \end{array} \right.$$

Un autre choix possible consiste à choisir $r = s = \max(a, b)$. Dans ce cas, certains paramètres de R ou S peuvent être nuls. Concernant le modèle à atteindre H_D^+, généralement, seuls p_1 et p_2 sont non nul, ce qui permet de fixer un système d'ordre deux.

1. On considère un procédé avec bloqueur dont la fonction de transfert échantillonnée est définie par :

$$[B_0G](z) = \frac{B}{A} = \frac{0.4z^{-1} + 0.8z^{-2}}{1 - 1.7z^{-1} + 0.72z^{-2}} \text{ pour } T_e = 25ms$$

On souhaite appliquer ce type de correcteur à ce système.

Déterminer la valeur des coefficients des polynômes R et S sachant que l'on souhaite un comportement de second ordre de paramètres $\xi = 0.9$ et $\omega_n = 40rd/s$ (pour $T_e = 25ms$). On utilisera la fonction `bezout` qui retourne les polynômes R et S de l'identité de Bezout.

2. Simuler le comportement de ce régulateur en envoyant une perturbation de type échelon (la consigne sera supposée nulle).
3. Modifier le régulateur de manière à assurer une erreur statique nulle en présence d'une perturbation constante. Expliquer les modifications de comportement de la régulation.
4. Ajouter un retard pur de $100ms$ au procédé, recalculer le régulateur (sans intégrateur) et observer son comportement.

1.2 Poursuite

Le procédé étant à présent optimisé en vue de la régulation, il s'agit maintenant de lui imposer des performances en *poursuite*, c'est-à-dire relativement à une consigne.

1. Justifier que l'on souhaite obtenir la fonction de transfert en boucle fermée suivante :

$$\frac{y(z)}{r(z)} = z^{-d}\frac{B_m}{A_m}\frac{B}{B(1)}$$

2. Donner l'expression du polynôme T permettant d'obtenir ce résultat.
3. Déterminer les coefficients des polynômes B_m et A_m pour que le système corrigé présente un temps de montée de $50ms$ et un dépassement indiciel quasiment nul (pour $T_e = 25ms$).
4. Vérifier les performances en poursuite du régulateur.
5. On suppose que le procédé possède un retard pur de $100ms$. Recalculer le correcteur et observer son comportement en poursuite.
6. Recalculer le correcteur pour $B(z) = 0.4z^{-1} - 0.3z^{-2}$ et un retard nul. Observer et interpréter la réponse et le dépassement indiciels obtenus.
7. Conclure sur les avantages et les inconvénients de ce type de correcteur.

2 Correcteur à objectifs indépendants

On considère le procédé défini par :

$$B_0G(z) = z^{-d}\frac{B}{A}\text{avec}\begin{cases} B &= z^{-1}B^* = 0.4z^{-1} - 0.3z^{-2} \\ A &= 1 - 1.7z^{-1} + 0.72z^{-2} \\ d &= 0 \end{cases}$$

On sait que le régulateur de type *placement de pôles* autorise un réglage séparé de la poursuite et de la régulation. Néanmoins, et du fait de la non compensation du terme $B(z)$, les performances souhaitées en poursuite peuvent ne pas être atteintes (voir simulations précédentes).

Le correcteur à objectifs indépendants permet d'attendre les performances souhaitées en effectuant cette compensation. Sa structure est donnée en figure 2.

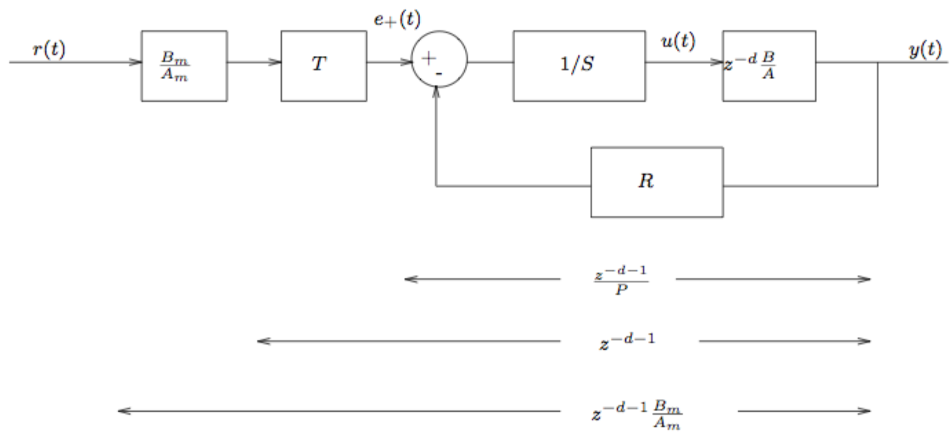

FIGURE 2 – structure d'un correcteur à objectifs indépendants.

1. Montrer qu'en choisissant le polynôme $S(z)$ tel que :

$$S = B^* S' \text{avec} \left\{ \begin{array}{lcl} B^* & = & b_1 + b_2 z^{-1} + \cdots + b_m z^{-m} \\ S' & = & 1 + s'_1 z^{-1} + s'_2 z^{-2} + \cdots + s'_d z^{-d} \end{array} \right.$$

   on obtient une fonction de transfert en régulation donnée par :

$$\frac{y}{e_+} = \frac{z^{-d-1}}{P} \text{avec} P = AS' + z^{-d-1} R$$

2. En utilisant la fonction `bezout`, calculer les coefficients des polymômes R, S et T puis A_m et B_m du correcteur à objectifs indépendants satisfaisant les contraintes suivantes :
   (a) Régulation : $\xi = 0.9$ et $\omega_n = 40rd/s$ (pour $T_e = 25ms$).
   (b) Poursuite : $\xi = 0.9$ et $\omega_n = 80rd/s$.
   (c) Pas d'intégration.
3. Vérifier que les caractéristiques souhaitées sont atteintes (en particulier pour la poursuite).
4. Introduire une perturbation d'amplitude 0.5 et observer la régulation.
5. Recalculer le régulateur afin d'éliminer l'erreur statique en régulation. Observer la nouvelle réponse du système.
6. Recalculer le correcteur pour $B(z) = 0.4z^{-1} + 0.8z^{-2}$, en compensant le zéro par $B(z) = 0.4z^{-1} + 0.81z^{-2}$ Observer et interpréter la nouvelle réponse.
7. Conclure sur les limitations de ce correcteur.