

Autoformation - Automatique échantillonnée 1/2

Introduction

Le but de ce sujet est de se familiariser avec les notions de transformée en Z et les systèmes discrets. Le logiciel Matlab sera utilisé pour simuler le comportement des différents systèmes étudiés.

1 Calcul de la transformée en Z

La transformée en Z permet un changement de représentation qui simplifie les différents calculs réalisés ensuite sur ces systèmes. En automatique, une représentation classique d'un système est une suite de blocs chaînés entre eux. Le produit de convolution est l'opération de base sur les signaux et modèles temporels. Son transforme cet opération de convolution en un produit algébrique, beaucoup plus simple à appliquer. C'est pour cette raison que tous les signaux et fonctions de transfert sont exprimés dans l'espace en Z et que tous les calculs sont réalisés dans cet espace.

La transformée en Z d'un système continu représente un modèle discret équivalent de ce modèle. **ATTENTION : ne pas confondre avec la notion de système bloqué, vu dans un autre TP.**

2 Modèle d'ordre 1

Un système d'ordre un est régi par le modèle suivant :

$$G(p) = \frac{K}{1 + \tau p}$$

avec K le gain statique du modèle et τ sa constante de temps.

Le logiciel Matlab, à travers sa boîte à outils *control toolbox*, offre plusieurs outils de conception et de simulation des systèmes linéaires. Un annexe du cours d'automatique présente les principales fonctions Matlab de la boîte à outils.

1. Vous devez, dans une fonction Matlab, créer un système discret d'ordre 1 (fonction *tf*), noté $G(z)$ de gain statique $K = 0.5$ et de constante de temps $\tau = 2s$, échantillonné à la période $T_e = 1s$.
2. Calculez l'équation aux différences correspondant à la transmittance précédente.
3. Calculez les 5 premiers échantillons de la réponse à un échelon de $G(z)$
4. Visualisez, sous Matlab, la réponse à un échelon de ce système à l'aide de la fonction *step*
5. Construisez, sous le module de simulation Simulink, un essai permettant de visualiser la réponse à un échelon de $G(z)$. comparez, aux instants d'échantillonnage, la réponse à un échelon de $G(z)$ avec la réponse à un échelon de $G(p)$.

6. Calculez, à l'aide du théorème de la valeur finale, la valeur du signal de sortie lorsque $t \rightarrow \infty$. Vérifiez expérimentalement le résultat de votre calcul.

3 Modèle d'ordre 2

Un système d'ordre deux est régi par le modèle suivant :

$$G(p) = \frac{K}{1 + 2\frac{\xi}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

avec K le gain statique du modèle, ω_0 sa pulsation propre et ξ son coefficient d'amortissement.

On rappelle la formule permettant de calculer les pôles complexes conjugués d'un système d'ordre 2 continu :

$$p1, p1^* = -\xi\omega \pm \sqrt{(1 - \xi^2)}\omega_0$$

ainsi que l'expression qui permet de calculer les pôles d'un système échantillonné à partir de ceux d'un système continu :

$$z = e^{T_e p}$$

1. Vous devez, dans une fonction Matlab, créer un système discret d'ordre 2 (fonction tf), noté $G(z)$ de gain statique $K = 0.5$ de pulsation propre $\omega_0 = 3rd/s$, de coefficient d'amortissement $\xi = 0,7$, échantillonné à la période $T_e = 0.25s$.
2. Calculez l'équation aux différences correspondant à la transmittance précédente.
3. Calculez les 7 premiers échantillons de la réponse à un échelon de $G(z)$
4. Visualisez, sous Matlab, la réponse à un échelon de ce système à l'aide de la fonction *step*
5. Construisez, sous le module de simulation Simulink, un essai permettant de visualiser la réponse à un échelon de $G(z)$. comparez, aux instants d'échantillonnage, la réponse à un échelon de $G(z)$ avec la réponse à un échelon de $G(p)$.
6. Calculez, à l'aide du théorème de la valeur finale, la valeur du signal de sortie lorsque $t \rightarrow \infty$. Vérifiez expérimentalement le résultat de votre calcul.
7. On considère maintenant un système d'ordre 2 (noté $G(p)$), de gain statique $K = 0.1$ de pulsation propre $\omega_0 = 1,81rd/s$ et de coefficient d'amortissement $\xi = 0,2$. Comparez, sous matlab Simulink :
 - (a) La réponse à un échelon du système $G(p)$ en boucle ouverte
 - (b) La réponse à un échelon du système $G(p)$ discrétisé ($G(z)$), avec une période d'échantillonnage $T_e = 0.25s$
 - (c) La réponse à un échelon du système $G(p)$ discrétisé ($G(z)$), avec une période d'échantillonnage $T_e = 3.2s$

concluez sur l'effet de la période d'échantillonnage sur la discrétisation